

课程名称	数学实验	实验项目名称	实验八 水塔用水量的估计—插值	实验项目类型				
				验证	演示	综合	设计	其他
指导教师	肖剑	成绩						√

一、实验目的

- [1] 了解插值的基本原理
- [2] 了解拉格朗日插值、线性插值、样条插值的基本思想；
- [3] 了解三种网格节点数据的插值方法的基本思想；
- [4] 掌握用 MATLAB 计算三种一维插值和两种二维插值的方法；
- [5] 通过范例展现求解实际问题的初步建模过程；

基础实验

一、问题重述

一维插值 利用以下一些具体函数，考察分段线性插值、三次样条插值和拉格朗日多项式插值等三种插值方法的差异。

$$1) \frac{1}{1+x^2}, x \in [-5, 5]; \quad 2) \sin x, x \in [0, 2\pi]; \quad 3) \cos^{10} x, x \in [0, 2\pi].$$

注意：适当选取节点及插值点的个数；比较时可以采用插值点的函数值与真实函数值的差异，或采用两个函数之间的某种距离。

二、实验过程

1. 编辑函数 m 文件：lagr1.m

```
function y=lagr1(x0,y0,x)
n=length(x0); m=length(x);
for i=1:m
    z=x(i);
    s=0.0;
    for k=1:n
        p=1.0;
        for j=1:n
            if j~=k
                p=p*(z-x0(j))/(x0(k)-x0(j));
            end
        end
        s=p*y0(k)+s;
    end
    y(i)=s;
end
```

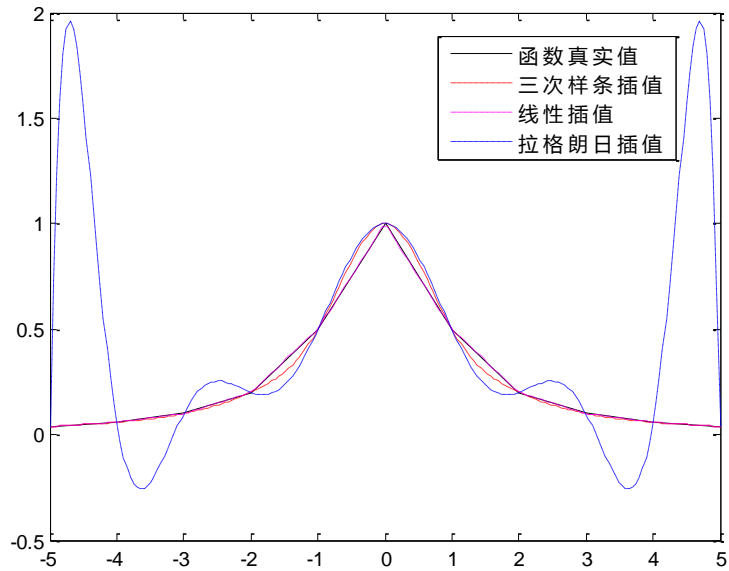
2. 执行 m 文件

```
x=linspace(-5,5,200);
```

```

y0=1./(1+x0.^2);
y1=interp1(x0,y0,x,'spline');
y2=interp1(x0,y0,x);
y3=lagr1(x0,y0,x);
y4=1./(1+x.^2);
plot(x0,y0,'k-',x,y1,'r--',x,y2,'m--',x,y3,'b--');

```



得：

图 1

由图中可以看到 3 种插值方法明显的差异。

其中，三次样条插值结果最为接近函数值，次之为分段线性插值，拉格朗日插值法效果最差。

1) 同理可以得到 $\sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的插值结果。图形为：

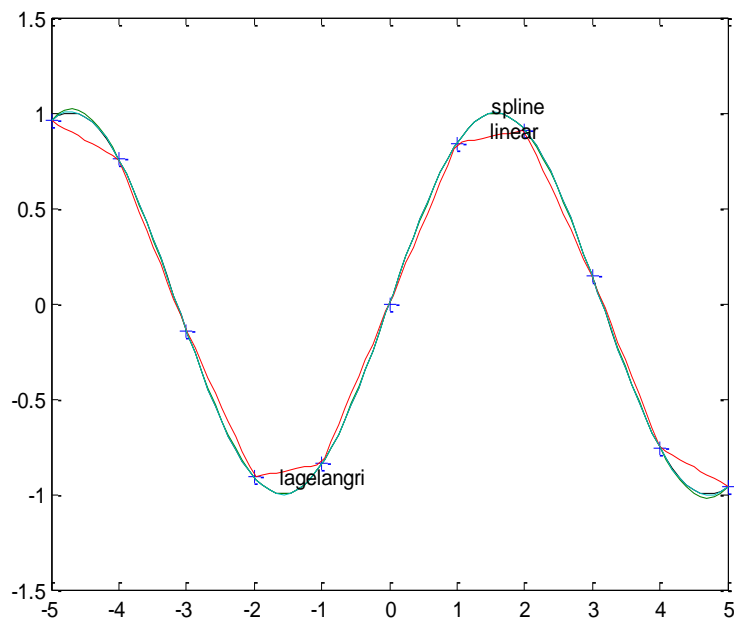


图 2

也可以采用插值点的函数值与真实函数值的差异。

```
x0=linspace(-5,5,11);  
y0=sin(x0);  
x=3.5;  
y1=interp1(x0,y0,x,'spline')  
y2=interp1(x0,y0,x)  
y3=lagr1(x0,y0,x)  
y4=sin(x);
```

可以解到结果为:

y1 = -0.3439 y2 = -0.3078 y3 = -0.3500 y4 = -0.3508

显然：拉格朗日插值的结果最为接近函数真实值。

2) 同理 $y=\cos^{10}x$, $x\in[0,2\pi]$ 时也可以得到三种插值方法的结果。

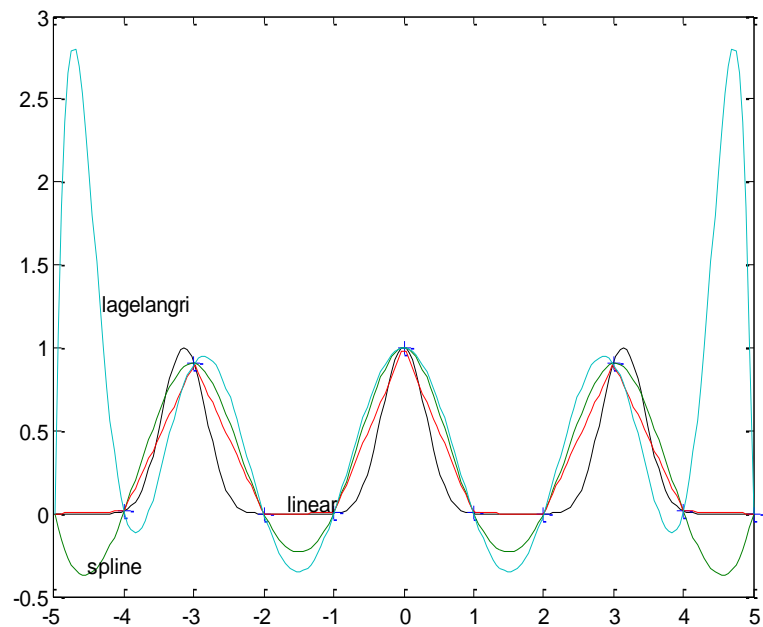


图 3

由图形可以看出三种插值方法的差异。

也可以采用插值点的函数值与真实函数值的差异。

程序段为:

```
x0=linspace(-5,5,11);  
y0=cos(x0).^10;  
x=3.5  
y1=interp1(x0,y0,x,'spline')  
y2=interp1(x0,y0,x)  
y3=lagr1(x0,y0,x)  
y4=cos(x).^10;
```

结果为:

y1 = 0.6125 y2 = 0.4593 y3 = 0.2250 y4 = 0.5187

由结果可看出：分段线性插值的结果最为接近函数值。

应用实验

一、问题重述

1. 轮船的甲板成近似半椭圆面形，为了得到甲板的面积。首先测量得到横向最大相间 8.534 米；然后等间距地测得纵向高度，自左向右分别为：

0.914, 5.060, 7.772, 8.717, 9.083, 9.144, 9.083, 8.992, 8.687, 7.376, 2.073,

计算甲板的面积。

2. 物体受水平方向外力作用，在水平直线上运动。测得位移与受力如表 7.1

表 7.1

X	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
F	20	21	21	20	19	18.5	18.0	13.5	9	4.5	0

求(a) 物体从位移为 0 到 0.4 所做的功；

(b) 位移为 0.4 时的速度是多少？

3. 火车行驶的路程、速度数据如表 7.2，计算从静止开始 20 分钟内走过的路程。

表 7.2

t(分)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
v(km/h)	10	18	25	29	32	20	11	5	2	0

4. 确定地球与金星之间的距离

天文学家在 1914 年 8 月份的 7 次观测中，测得地球与金星之间距离（单位：米），并取其常用对数值，与日期的一组历史数据如表 7.3。

表 7.3

日期(号)	18	20	22	24	26	28	30
距离对数	9.9617724	9.9543645	9.9468069	9.9390950	9.9312245	9.9231915	9.9149925

由此推断何时金星与地球的距离（米）的对数值为 9.9351799？

5. 日照时间分布表 7.4 的气象资料是某一地区 1985-1998 年间不同月份的平均日照时间的观测数据（单位：小时/月），试分析日照时间的变化规律。

表 7.4

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
日照	80.9	67.2	67.1	50.5	32.0	33.6	36.6	46.8	52.3	62.0	64.1	71.2

二、问题分析

1. 由题意可以知道，已经给出了插值点，需要求解面积，所以只需要将横向距离分为足够小，然后将相应的函数值相加就可以得到甲板的面积。

2. 题中已经给 X 和 F 的关系，相当于已经给出了 11 个点（插值点），又由于 $W=F \cdot X$ ，所以转化为求 F,X 图形与 X 轴所围的面积。与上题相似用插值的方法可以求得 W。

3. 根据题意知道，时间点与相应速度的值，相当于给出了 11 个数据点（插值点），求从静止开始 20 分钟内走过的路程，由于 $s=v \cdot t$ ，所以相当与求速度与时间函数与 x 轴围成的图形的面积。

4. 由题意知道，给出了各日期对应的金星与地球的距离，相当于给出了七个插值点，由此运用插值方法可以得到日期与距离的函数图像。然后画 $y=9.9351799$ 这样一条直线，交点在 18-30 之间，用图形发大法求时间，此时的日期为要求的时间。

5. 由题意知道，已知 12 组月份和日照时间的数据点（插值点），用插值的方法可以得到很多组数据点，

这样可以画出日照时间的变化规律图。

三、数学模型的建立与求解

1.由题意可以得到 11 个插值点，

$x_0=\text{linspace}(0,8.534,11)$, $y_0=[0.914, 5.060, 7.772, 8.717, 9.083, 9.144, 9.083, 8.992, 8.687, 7.376, 2.073]$ 。

2. 由题意知, $x_0=[0\ 0.1\ 0.2\ 0.3\ 0.4\ 0.5\ 0.6\ 0.7\ 0.8\ 0.9\ 1.0]$;

$y_0=[20\ 21\ 21\ 20\ 19\ 18.5\ 18\ 13.5\ 9\ 4.5\ 0]$;

取 $x=\text{linspace}(0,0.4,100)$;

$y=\text{interp1}(x_0,y_0,x,'spline')$;

则 $W=\text{sum}(y*0.004)$ 。

3. 由题意知道, 11 个插值点分别为, $t=x_0=[0\ 2\ 4\ 6\ 8\ 10\ 12\ 14\ 16\ 18\ 20]$;

$V=y_0=[0\ 10\ 18\ 25\ 29\ 32\ 20\ 11\ 5\ 2\ 0]$;

取 $x=\text{linspace}(0,20,200)$ 。

4.题中给出的插值点为:

$x_0=[18\ 20\ 22\ 24\ 26\ 28\ 30]$;

$y_0=[9.9617724\ 9.9543645\ 9.9468069\ 9.9390950\ 9.9312245\ 9.9231915\ 9.9149925]$;

取 $x=\text{linspace}(18,30,200)$ 。

画出图形用图形放大法求时间。

5.由已知条件可以知道, $x_0=\text{linspace}(1,12,12)$;

$y_0=[80.9\ 67.2\ 67.1\ 50.5\ 32.0\ 33.6\ 36.6\ 46.8\ 52.3\ 62.0\ 64.1\ 71.2]$;取 $x=\text{linspace}(1,12,100)$;可以得到 $y=\text{interp1}(x_0,y_0,x,'spline')$ 这样可以画出日照时间规律变化图。

四、实验结果及分析

1.由程序可以解到: $\text{ans} = 65.1062$,所以甲板的面积为: 65.1062。

2.可以得到结果为: $W = 8.1651$,所以做功为: 8.1651。

3.由程序可以得出路程为: $\text{ans} = 304.8598$,所以 20 分钟内路程为 304.8598。

4. 得实验图形为:

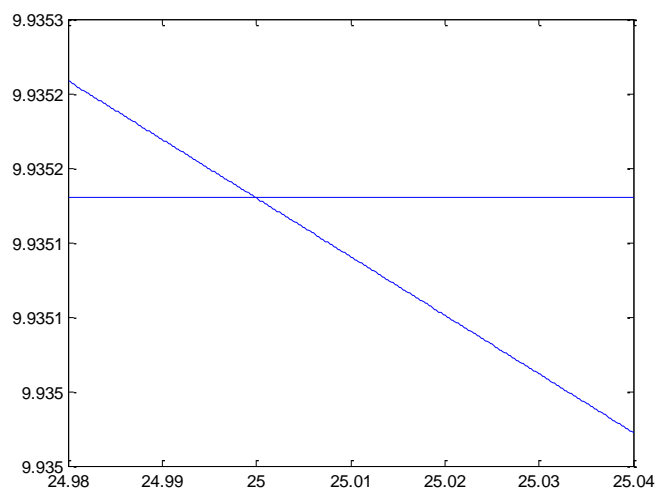


图 4

由图中可以明显的观察到 25 号时金星与地球的距离 (米) 的对数值为 9.9351799。

5. 结果如图:

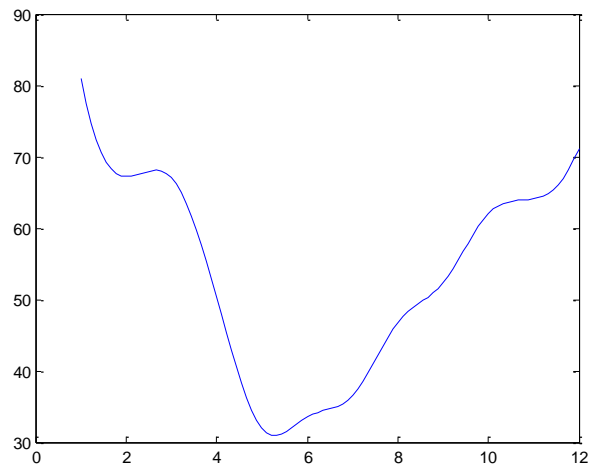


图 5

五、附录

```
1.x0=linspace(0,8.534,11);
y0=[0.914, 5.060, 7.772, 8.717, 9.083, 9.144, 9.083, 8.992, 8.687, 7.376, 2.073];
x=linspace(0,8.534,300);
y=interp1(x0,y0,x,'spline');
z=(8.534/300)*y;
sum(z)
```

```
2. x0=[0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0],
y0=[20 21 21 20 19 18.5 18 13.5 9 4.5 0];
x=linspace(0,0.4,100);
y=interp1(x0,y0,x,'spline');
z=0.004*y;
W=sum(z)
```

```
3.x0=[0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20];
y0=[0 10 18 25 29 32 20 11 5 2 0];
x=linspace(0,20,200);
y=interp1(x0,y0,x,'spline');
z=y*0.1;
sum(z)
```

```
4. x0=[18 20 22 24 26 28 30];
y0=[9.9617724 9.9543645 9.9468069 9.9390950 9.9312245 9.9231915 9.9149925];
x=linspace(24.98,25.04,400);
y=interp1(x0,y0,x,'spline');
plot(x,y)
line([24.98,25.04],[9.9351799,9.9351799])
```

```
5.x0=linspace(1,12,12);  
y0=[80.9 67.2 67.1 50.5 32.0 33.6 36.6 46.8 52.3 62.0 64.1 71.2];  
x=linspace(1,12,100);  
y=interp1(x0,y0,x,'spline');  
plot(x,y)
```

总结与体会

通过本次实验，了解了拉格朗日插值、线性插值、样条插值等方法的基本思想，通过同一坐标上作图了它们的异同，也了解了一维插值和二维插值的方法，也发现在不同的问题中各类插值方法所得效果也各不相同。

教师签名

年 月 日